

## 课程名称：《数学四》—— 17.1 复数的概念

授课对象：20 高职汽修 1、2 班、20 高职新能源班、20 中专汽运班

基本情况：《数学四》是公共基础课，是我校高职学生的选修课，是中专二年级学生的必修课。本学期从 2022 年 3 月 7 日开始进行线上授课，采用钉钉、腾讯会议等方式进行在线授课。20 高职三个班采用钉钉进行线上授课，20 中专汽运班采用腾讯会议进行线上授课。

在线教学主要特色：在注重教学目标达成的过程中，融入课程思政，关注学生的学习体验，通过快乐激励、精准评价、及时反馈、适时总结推进学生线上学习效果。

在线教学设计如下：

### 一、设计思路

本节内容是新的一章的开始，是基础，也是学好后面几节内容的基石。复数是一个全新的概念，是在原有数系的基础上扩充的一个新的数系，怎么让学生能够理解数系扩充的原因以及作用，我觉得数系的发展历史就很必要介绍给学生了解，通过数系扩充这一段历史的介绍，让学生体会数系扩充的一般规律，由此引入“实数不够用”的情况，引入新数  $i$ ，由此进入虚数单位  $i$  的研究和复数的概念的学习及应用。

### 二、教学分析

#### 1. 教学内容

数系的三次扩充过程，复数的引入过程，复数概念的知识

#### 2. 学生分析

学生在本章之前已经有了一定的推理与证明能力，有利于本节课运用类比思想对实数集进行扩充。

#### 3. 教学目标

|          |                                                                 |
|----------|-----------------------------------------------------------------|
| 知识与技能    | 1、了解数系扩充的过程及引入复数的需要<br>2、掌握复数的有关概念和代数符号形式、复数的分类方法及复数相等的充要条件     |
| 过程与方法    | 1、通过数系扩充的介绍，让学生体会数系扩充的一般规律<br>2、通过具体到抽象的过程，让学生形成复数的一般形式         |
| 情感态度与价值观 | 1、体会数系的扩充过程中蕴含的创新精神与实践精神，感受人类理性思维的作用<br>2、体会类比、分类讨论、等价转化的数学思想方法 |

#### 4. 教学重难点

**教学重点：**引入复数的必要性与复数的相关概念、复数的分类，复数相等的充要条件

**教学难点：**虚数单位  $i$  的引进和复数的概念

### 三、教学方法

启发引导、类比探究并运用多媒体课件展示相关知识

### 四、在线教学实施

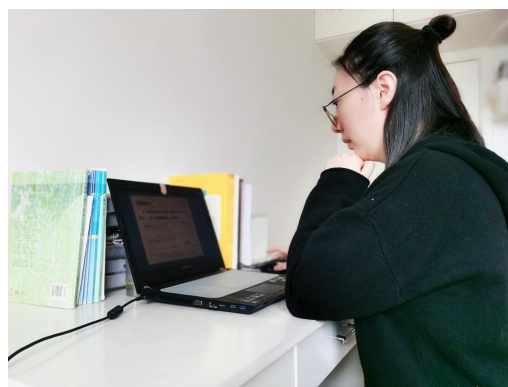
#### （一）教学准备

根据线上教学特点，重新优化教学资源。所有课件都优化为色彩鲜明、内容简练、图文并茂，并部分配有短视频小动画等使学生学习过程中不枯燥。

#### （二）组织教学

课前放歌，使学生放松身心，可以随机选人点歌，也可以上次课作业完成最好的同学，或者上次课回答问题最积极的同学，本身就是一种激励措施。

花样签到：课前出镜，面对面打招呼签到；要求学生自拍签到；课中不定时抽查签到。花样百出，学生乐在其中。



手机闹铃设置为上课铃声响，犹如在学校，让学生有上课紧迫感和代入感。

课间休息，播放眼保健操音频，关爱学生身心健康。

### （三）教学实施

#### 1. 问题引入

**问题：**若  $x^2 + y^2 = 3$ ， $xy = 3$ ，求（1） $x+y$  的值；（2）求  $x$  和  $y$  的值

生（独立完成）：求出  $x+y=3$  或  $-3$

师：既然和能够求出来，那能不能求出  $x$  和  $y$  的值呢？

生： $\Delta = -3 < 0$ ，由于  $\sqrt{-3}$  的存在，我们求不了  $x$ 、 $y$  的值

师：事实上在实数范围内  $x$  和  $y$  确实不存在？为什么会这样呢？假设  $x$  和  $y$  是存在的，那么就肯定是一些不是实数的数，那么，这些数是什么呢？我们能不能解决这个问题呢？这就是我们今天要学习的内容《数系的扩充和复数的引入》

**设计意图：**通过解答看似熟悉的问题，让学生发现用以前的知识不能解决，从而打开知识缺口，对接下来的内容产生兴趣。

#### 2. 回顾数系的扩充历程

师：其实对于这种“数不够用”的情况，我们并不陌生。大家记得吗？从小学到现在，我们一直在经历着数的不断扩充。现在就让我们来回顾一下，看看我们以前是怎么解决“数不够用”的问题的。

数系的扩充
复数的概念

**问题引入:**

在实数集中, 方程  $x^2 + 1 = 0$  有解吗?  $-2$  有平方根吗?

数的发展过程 (经历):

计数的需要  $\Rightarrow$  自然数 (正整数和零)  $\xrightarrow{\text{表示相反意义的量}} \rightarrow$  负数

测量、分配中的等分  $\xrightarrow{\text{解方程 } x+3=1} \rightarrow$  分数 (分数集  $\Leftrightarrow$  有理数集  $\Leftrightarrow$  循环小数集)

度量  $\xrightarrow{\text{解方程 } 3x=5} \rightarrow$  分数

数轴上的点  $\xrightarrow{\text{解方程 } x^2=2} \rightarrow$  无理数 (实数集  $\Leftrightarrow$  小数集)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{循环小数} \\ \text{无限不循环小数} \end{array} \right. \Leftrightarrow$

数轴上的点  $\xrightarrow{\text{解方程 } x^2=-1} \rightarrow$  虚数 (表示坐标平面上的点)

聊天互动

张靖: 欢迎大家来观看直播“17.1 复数的概念”。

吴振卓: 老师, 以前数字什么样子

吴振卓: 变得越来越不会了

吴振卓: -1

张家豪: [签到]张家豪在连汪村村委会签到

童羽同: 吧

曹原: [签到]曹原在沙口村头地15签到

祁俊杰: 1

吴振卓: 我是自己把4看成1个单位

(二) 悬疑探究
数学文化之旅——数的历史

关于无理数的发现

古希腊的毕达哥拉斯学派认为, 世间任何数都可以用整数或分数表示, 并将此作为他们的一条信条. 有一天, 这个学派中的一个成员希伯斯突然发现边长为1的正方形的对角线是个奇怪的数, 于是努力研究, 终于证明出它不能用整数或分数表示. 但这打破了毕达哥拉斯学派的信条, 于是毕达哥拉斯命令他不许外传. 但希伯斯却将这一秘密透露了出去. 毕达哥拉斯大怒, 将他扔入了大海.

希伯斯发现的这类数, 被称为无理数.

**无理数的引入**

解决了开方开不尽的矛盾

毕达哥拉斯

约公元前570—495

560—480

21 2

累计观看 点赞

聊天互动 观看 23

搜索

祁俊杰

韩吴 韩吴炎

仲光华

杨志

王泽 王泽富

王开瑞

李雨新

|         | 原因 1      | 原因 2          | 规律                                     |
|---------|-----------|---------------|----------------------------------------|
| 自然数 (N) | 计数        |               | 1、实际需要、运算矛盾<br>2、引入新数解决问题, 运算保持, 运算律不变 |
| 整数 (Z)  | 具有相反意义的量  | 减法在 N 不能完全运算  |                                        |
| 有理数 (Q) | 测量, 分配    | 除法在 Z 不能完全运算  |                                        |
| 实数 (R)  | 单位正方形对角线长 | 开平方在 Q 不能完全运算 |                                        |

### 3. 类比, 引入新数, 将实数集扩充

(1) 类比数系的扩充规律，引导学生找出解决“实数不够用”这个问题的办法

生：引入新数，使得平方为负数

师：我们希望引入的数的平方为负数，但是负数有无穷多个，我们不肯能一下子引入那么多，只要引入平方为多少就行呢？

(引导学生找到-1，因为任何一个负数都可以写成正数与-1的乘积)

(2) 历史重现：

在历史上数学家们碰到我们前面这个问题的时候一开始是解决不了的，导致在此问题上徘徊了百年之久，直到18世纪末，数学家才认识到解决 $x^2 = -1$ 的重要性，于是他们就像我们一样引入新的数，使得引入的数的平方等于-1，并把这个数记为英文字母*i*，就是虚构、想象的意思。

#### 阅读：复数系是怎样建立的？

1545年意大利有名的数学“怪杰”**卡丹**第一次开始讨论负数开平方的问题，当时复数被他称作“诡辩量”。几乎过了100年，**笛卡尔**才给这种“虚幻之数”取了一个名字——虚数。但是又过了140年，**欧拉**还是说这种数只是存在于“幻想之中”，并用*i* (imaginary, 即虚幻的缩写) 来表示它的单位。后来德国数学家**高斯**给出了复数的定义，并把复数与直角坐标平面内的点一一对应起来。1837年，爱尔兰数学家**哈密顿**用有序实数对 $(a, b)$ 定义了复数及其运算，并说明复数的加、乘运算满足实数的运算律。这样历经300年的努力，数系从实数系向复数系的扩充才得以大功告成。

23/35

#### 4. 探究复数的一般形式：

首先，我们有：(1)  $i^2 = -1$

(2)  $i$ 与实数可以做运算、并且运算律不变

师：我们不妨把*i*添加到实数集里面成为一个新的集合*A*，根据*i*的性质，我们拿两个实数*a*和*b*与*i*任意的做加法、乘法运算，可以得到哪些数呢？

生： $ai, bi, a+bi, b+ai, ab+bi, ab+ai$ 。

(引导学生观察得到以上这些数都可以看成实数+实数× $i$ )

师：那我们原来的实数和*i*能不能也看成这种形式？

生：能。可以写成实数 $+0\times i$ 和 $0+1\times i$

师总结：所有实数+实数 $\times i$ 形式的都应该在新的数集里面，并且新的数集里面的数都可以写成这种形式，我们不妨把这种形式写成 $a+bi, a\in R, b\in R$ ，这就是我们把实数集进行扩充后得到的数所具有的一般形式。

## 5. 新的数集——复数集

(1) 形如 $a+bi(a\in R, b\in R)$ 的数叫做复数，用字母 $z$ 表示，其中 $a$ 叫做复数的实部， $b$ 叫做复数的虚部， $i$ 称为虚数单位，所有复数所成的集合叫做复数集，记为 $C$ ，即 $C=\{a+bi|a\in R, b\in R\}$ 。那么，我们现在就把实数集扩充到了复数集了，而负数也就可以开平方了，至此，我们有 $N\subseteq Z\subseteq Q\subseteq R\subseteq C$

判断： $(2+3i)i$ 是复数吗，它的实部是什么？虚部是什么？

总结：实部和虚部都是实数；通常把一个复数化简到实数+实数 $\times i$ 才可以进行判断。

(2) 复数的应用：复数在数学、力学、电学及其他学科中都有广泛的应用，复数与向量、平面解析几何、三角函数等都有密切的联系，是进一步学习数学的基础。

## 6. 复数的分类

师：既然实数集是复数集的真子集，那么复数 $z=a+bi$ 在什么条件下退化为实数呢？（引出复数的分类）

$$\text{复数 } z \begin{cases} \text{实数 } (b=0) \\ \text{虚数 } (b\neq 0) \text{ (当 } a=0 \text{ 时为纯虚数)} \end{cases}$$

例 1. 实数 $m$ 分别取什么值时，复数 $z=m+1+(m-1)i$ 是(1)实数？(2)虚数？(3)纯虚数？

分析：因为 $m\in R$ ，所以 $m+1, m-1$ 都是实数，由复数 $z=a+bi$ 是实、虚数、纯虚数与零的条件可以确定实数 $m$ 的值。

解 (1) 当  $m-1=0$ , 即  $m=1$  时,  $z$  为实数;

(2) 当  $m-1 \neq 0$ , 即  $m \neq 1$  时,  $z$  为虚数;

(3) 当  $\begin{cases} m+1=0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases}$ , 即  $m=-1$  时,  $z$  为纯虚数.

总结: 前提是  $m$  为实数, 否则必须化成实数+实数 $\times i$  的形式

## 7. 复数相等的充要条件

问 1:  $a+bi$  什么时候等于 0? ( $a=0$  且  $b=0$ , 由此得出两个复数相等的充要条件)

问 2: 如何根据第一问推导出两个复数  $a+bi$  与  $c+di$  相等的充要条件?

总结:  $a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c$  且  $b=d$

例 2 已知  $(2x-1)+i=y-(3-y)i$ , 其中,  $x, y \in R$ , 求  $x$  与  $y$ .

分析: 因为  $x, y \in R$ , 所以由两个复数相等的定义, 可列出关于  $x, y$  的方程组, 解这个方程组, 可求出  $x, y$  的值.

解: 由复数相等可知

$$\begin{cases} 2x-1=y \\ 1=-(3-y) \end{cases} \text{ 解得 } x=\frac{5}{2}, y=4$$

总结: 复数相等的充要条件可以把复数相等的问题转化为求方程组的解的问题, 是一种转化的思想。

## 8. 课堂小结

(1) 由于实际的需要, 我们总结数的三次扩充过程的规律, 运用类比的方法, 我们引进了新的数  $i$ , 并将实数集扩充到了复数集, 认识到了复数的代数形式  $z=a+bi$ , 并讨论了复数的分类及复数相等的充要条件, 并且利用相等的条件把复数问题转化为方程组的解的问题

(2) 那么, 复数究竟是什么呢? 能不能像实数一样在现实中找到它的影子呢? 别急, 我们的探索脚步并不会停止下去, 这是我们下次将要探索的内容。

## 9. 课后作业

(1) 习题 3.1 A 组第 1、2 题

(2) 课后探究复数能不能比较大小，为什么？（可查资料）

#### （四）教学评价

课堂活动中，教师对学生、学生对教师的评价紧密结合且及时，教师对学生的评价计入平时分考核，以此激励学生积极参与，同时及时对参与程度好、质量高的学生给予肯定，督促其余学生积极参与。

#### （五）思政融合

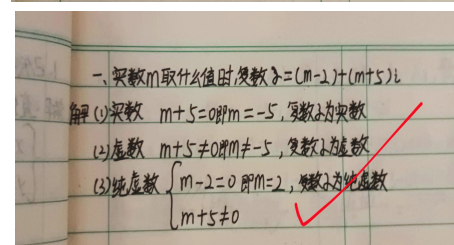
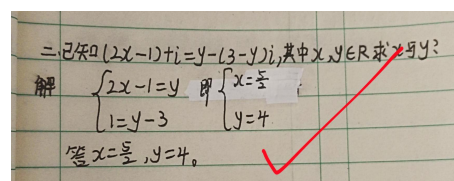
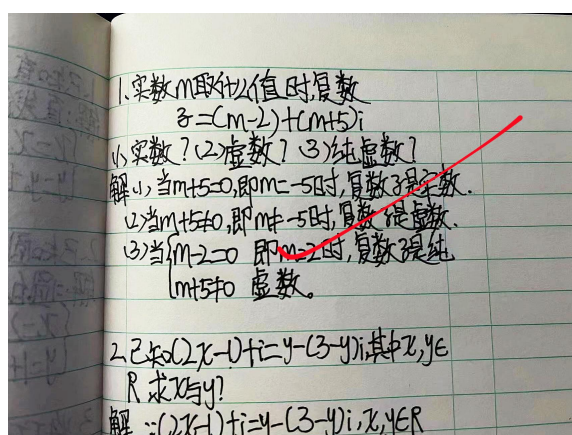
体会数系的扩充过程中蕴含的创新精神与实践精神，感受人类理性思维的作用。

### 五、在线教学实施成效

#### 1. 到课率较高

| 直播开始时间           | 发起人 | 直播主题       | 直播群      | 直播时长     | 观看人次 | 点赞数  | 消息数 | 群人数 | 参与人 | 未参与人 |
|------------------|-----|------------|----------|----------|------|------|-----|-----|-----|------|
| 2022/04/25 14:08 | 陈娟  | 17.1 复数的概念 | 20高联汽修1班 | 01:45:07 | 64   | 3651 | 174 | 41  | 40  | 1    |

#### 2. 作业完成率较高，完成效果较好



### 3. 讨论参与度较高，课堂活动参与度较高



## 六、在线教学反思

1. 由于在线课程为统一授课，不能很好的实施分层教学，也无法迅速捕捉每个学生的掌握情况，学生在线课堂学习效果存在差异。为防止基础较差的学生由于知识链接问题失去学习兴趣和动力，要及时听取学生反馈意见，完善课下答疑过程。
2. 由于课程时间缩短，有些问题没有拓展延伸，鼓励学有余力的学生在乐课堂、洋葱数学等平台上进行拓展学习。